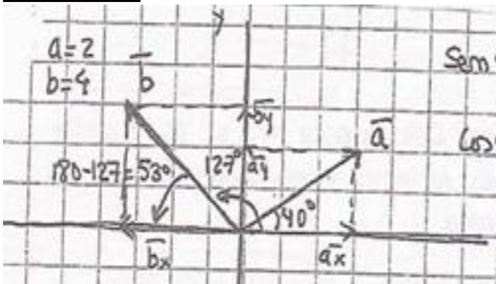
ALUMNO/A_______________________________________
REPETICIÓN CONTROL DE UNIDADES 1,2 y 3 1º BTO CT
CURSO 09/10 25/11/09

1.- (1 p.) Dibuja y halla las componentes de cada uno de estos vectores y su suma: a tiene por módulo 2 y un ángulo con el eje X de 40º y b tiene por módulo 4 y un ángulo con el eje X de 127º.

Solución:



$\text{sen } 40° = \frac{a_y}{a}$ $\quad 2\,\text{sen } 40° = a_y = 1{,}28$

$\cos 40° = \frac{a_x}{a}$ $\quad 2\cos 40° = a_x = 1{,}53$

$\text{sen } 53° = \frac{b_y}{b}$ $\quad 4\,\text{sen } 53° = b_y = 3{,}19$

$\cos 53° = \frac{b_x}{b}$ $\quad 4\cos 53° = b_x = 2{,}4$

$\bar{a} = 1{,}53\,\bar{i} + 1{,}28\,\bar{j}$

$\bar{b} = -2{,}4\,\bar{i} + 3{,}19\,\bar{j}$

$\bar{a}+\bar{b} = -0{,}88\,\bar{i} + 4{,}47\,\bar{j}$

$|\bar{a}+\bar{b}| = \sqrt{0{,}88^2+4{,}47^2} = \boxed{4{,}5}$

2.- (1 p.) Haz una clasificación de las posibles aceleraciones a las que se puede ver sometido un cuerpo en función de los diferentes tipos de movimiento.

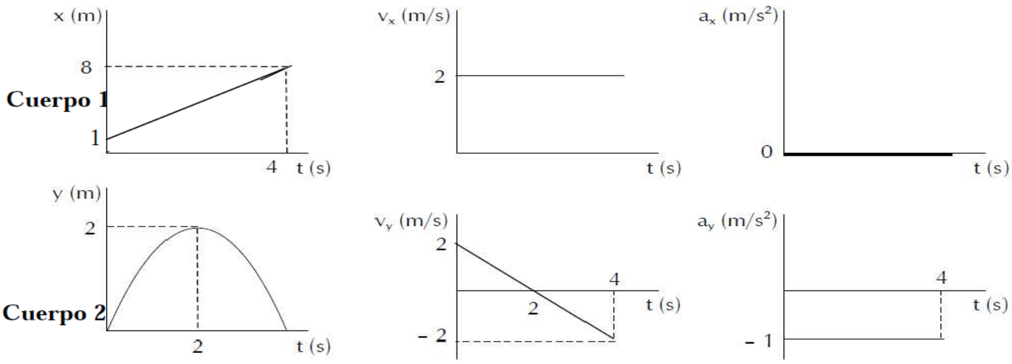
Solución:

$$\begin{pmatrix} a_n = 0 \\ \\ a_t = 0 \end{pmatrix} MRU \;; \begin{pmatrix} a_n = 0 \\ \\ a_t = cte \end{pmatrix} MRUV \;; \begin{pmatrix} a_n = 0 \\ \\ a_t \neq cte \end{pmatrix} MRV \;; \begin{pmatrix} a_n = cte \\ \\ a_t = 0 \end{pmatrix} MCU \;; \begin{pmatrix} a_n \neq cte \\ \\ a_t = cte \end{pmatrix} MCUV$$

3.- (1 p.) Dados los siguientes diagramas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo, para dos cuerpos en movimiento:

a) Describe el movimiento de cada cuerpo.

b) Calcula las ecuaciones de la aceleración, velocidad y posición en función del tiempo, indicando en ellas las unidades y en que eje se están moviendo.



Solución:

a) El cuerpo 1 observamos que no tiene aceleración, por lo que su velocidad es constante. Además, se mueve en un solo eje, el X, por lo que se trata de un MRU

El cuerpo 2, sin embargo, lleva una aceleración negativa, pasando la velocidad de 2 m/s a -2 m/s en 4 segundos. Así mismo, sólo se está dando en el eje Y por lo que nos encontramos con un MRUA.

b) Las ecuaciones del MRU del cuerpo 1, serán:

$$\vec{a}_x = 0; \vec{v}_x = 2\vec{i}\,m/s; \vec{x} = \vec{x}_0 + \vec{v}t = (\vec{i} + 2t\vec{i})\,m$$

En el caso del MRUA, las ecuaciones serán:

$$\vec{a}_y = -1\vec{j}\,m/s^2$$

$$\vec{v}_y = \vec{v}_0 + \vec{a}t = (2\vec{j} - t\vec{j})\,m/s$$

$$\vec{y} = \vec{y}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = (2t\vec{j} - \frac{1}{2}t^2\vec{j})\,m$$

4.- (1,5 p.) Un ciclista corre por una pista circular con movimiento uniforme, en 20 s recorre una longitud de 0,384 km, siendo su radio de giro 0,7 km. ¿Cuánto vale el ángulo que describe en ese tiempo? Calcula la velocidad lineal y angular que lleva y su período y su frecuencia.

Solución:

$S = 0{,}384\ km = 384\ m$ $t = 20\ seg$ $S = V \cdot t$ $384 = V \cdot 20$ $\boxed{V = 19{,}2\ m/s}$

$R = 0{,}7\ km = 700\ m$ $V = W \cdot R$ $W = \frac{V}{R} = \frac{19{,}2}{700} = \boxed{0{,}027\ m/s}$

$\phi = wt$ $\phi = 0{,}027 \cdot 20 = \boxed{0{,}54\ rad}$ también sale directamente con $\boxed{S = \phi \cdot R}$

$W = \frac{2\pi}{T}$ $T = \frac{2\pi}{0{,}027} = 232{,}7\ seg \cdot \frac{1\ min}{60\ seg} = \underline{3{,}88\ min \sim 4\ min}$ tarda en dar una vuelta al circuito

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{232{,}7} = \boxed{0{,}0043\ Hz}$ si se toma a la hora $T = 232{,}7\ seg \cdot \frac{1\ h}{3600\ seg} = 0{,}064\ h$

$f = \frac{1}{0{,}064} =$ $\boxed{15{,}47 \text{ vueltas da por hora}}$

5.- (1 p.) En un movimiento sobre el plano XY la ecuación que expresa dicho movimiento es:

$$\vec{r} = 2 \cdot t \cdot \vec{i} + (160 - 4 \cdot t^2) \cdot \vec{j}$$

a) Calcula la ecuación de la trayectoria e indica de qué tipo de trayectoria se trata.

Solución:

1. Obtenemos las ecuaciones paramétricas:

$$x = 2 \cdot t$$
$$y = 160 - 4 \cdot t^2$$

2. Y eliminamos la variable tiempo entre las dos ecuaciones. De ese modo, queda:

$$x = 2 \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{2}$$

$$y = 160 - 4 \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 = 160 - x^2$$

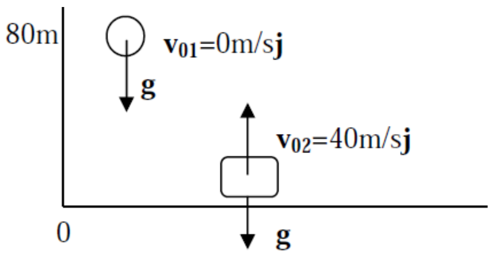
6.- (2 p.) Desde una altura de 80 m se deja caer un cuerpo en el instante en que se lanza otro desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 40 m/s. Se pide:

a) El tiempo que tardan en cruzarse.

b) La posición a la que tiene lugar el encuentro. ¿En qué situación se cruzan? ¿Suben o bajan?

c) Una sola gráfica posición-tiempo para los dos cuerpos, que muestre el encuentro.

<u>Nota</u>: el sistema de referencia para los dos movimientos se encuentra en el mismo punto, el suelo; por lo que la gravedad es negativa en ambos casos.



Solución:

Vemos como el cuerpo 1 (círculo) va a llevar a cabo una caída libre, mientras que el cuerpo 2 (rectángulo) lleva un lanzamiento vertical, ambos un MRUA donde la aceleración es la gravedad, por lo que las ecuaciones del movimiento de ambos son:

$$Cuerpo1: \vec{r}_1 = \vec{r}_{01} + \vec{v}_{01}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = 80\vec{j} - \frac{1}{2}9{,}8{t_1}^2\vec{j}$$

$$Cuerpo2: \vec{r}_2 = \vec{r}_{02} + \vec{v}_{02}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = 40t_2\vec{j} - \frac{1}{2}9{,}8{t_2}^2\vec{j}$$

a) En el momento de cruzarse tienen el mismo vector de posición y llevarán el mismo tiempo, pues ambos movimientos empiezan en el mismo instante:

$\vec{r}_1 = \vec{r}_2; 80\vec{j} - 4{,}9t^2\vec{j} = 40t\vec{j} - 4{,}9t^2\vec{j}; t = 2s$ tardan en cruzarse

b) Para hallar en qué posición se cruzan, sustituyo el tiempo en cualquiera de los dos cuerpos:

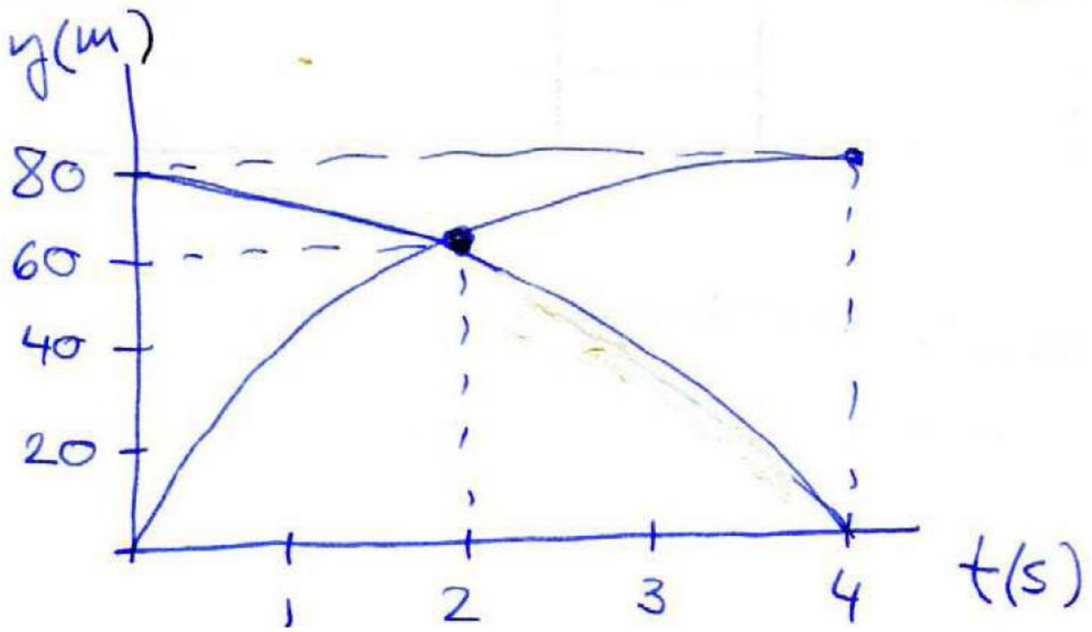
$\vec{r} = 80\vec{j}m - 4{,}9m/s^2 \cdot 2s\vec{j} = 60\vec{j}m$

Para conocer si están subiendo o bajando, calculo las velocidades de ambos cuerpos en ese instante, diciéndome su sentido si está bajando o subiendo:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{01} + \vec{a}t = -9{,}8m/s^2 \cdot 2s\vec{j} = -19{,}6\vec{j}m/s\_Baja$$

$$\vec{v}_2 = \vec{v}_{02} + \vec{a}t = 40\vec{j}m/s - 9{,}8m/s^2 \cdot 2s\vec{j} = 20{,}4\vec{j}m/s\_Sube$$

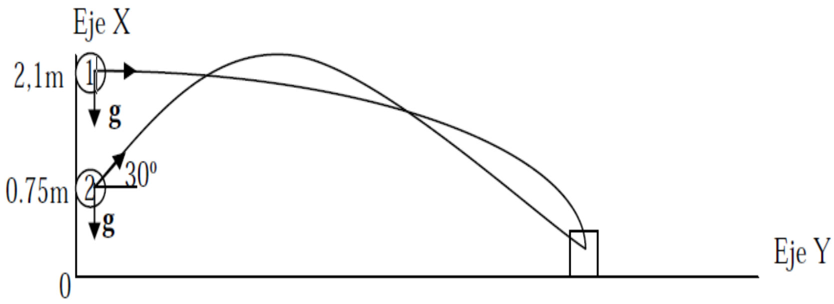
c) Para representar la posición-tiempo debo dar, al menos, dos valores al tiempo y hallar la posición, en ambos casos saldrá una recta, donde el punto de corte es el punto de encuentro:



7.- (2,5 p.) Dos alumnos están a la misma distancia de una papelera, en la que intentan meter una bola de papel. El alumno que está de pie lanza horizontalmente la bola con una velocidad de 10 m/s desde una altura de 2,10 m. El otro está sentado, y lanza la bola con una elevación de 30º y una velocidad de 8 m/s, desde una altura de 75 cm. Si el alumno que está de pie encesta:

a) ¿A qué distancia está la papelera de los alumnos?

b) ¿Hace canasta el alumno que está sentado?



Solución:

El alumno 1 lanza la bola con un tiro horizontal, suma de un MRU en el eje X y un MRUA en el eje Y, cuya aceleración es debida a la gravedad. Así, las ecuaciones del movimiento serán:

$$EjeX: \vec{x}_1 = \vec{x}_0 + \vec{v}t = 0 + 10t_1\vec{i}$$

$$EjeY: \vec{y}_1 = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = 2{,}1\vec{j} - \frac{1}{2}9{,}8t_1^{\,2}\vec{j}$$

En el caso del alumno 2, es un tiro oblicuo, donde hay que proyectar la velocidad inicial en ambos ejes, siendo en ambos del mismo tipo que el alumno 1, así sus ecuaciones serán:

$$EjeX: \vec{x}_2 = \vec{x}_0 + \vec{v}t = 0 + 8\cdot\cos 30^{\circ}\, t_2\vec{i}$$

$$EjeY: \vec{y}_2 = \vec{y}_0 + \vec{v}_{0y}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 = 0{,}75\vec{j} + 8\cdot sen30^{\circ}\, t_2\vec{j} - \frac{1}{2}9{,}8t_2^{\,2}\vec{j}$$

Cuidado los tiempos no son iguales.

a) Como nos dicen que el alumno 1 encesta, cuando alcanza la papelera, la componente Y de se hace cero, obtenemos el tiempo que tarda en caer y sustituyéndolo en la componente X sacamos la distancia de la papelera:

$$EjeX: \vec{x}_1 = 10t_1\vec{i} = 10m/s\cdot 0{,}65s\cdot\vec{i} = 6{,}5\vec{i}\,m$$

$$EjeY: \vec{y}_1 = 0 = 2{,}1\vec{j} - \frac{1}{2}9{,}8t_1^{\,2}\vec{j};\, t_1 = 0{,}65s$$

Se encuentra a 6,5 m la papelera.

b) Para saber si hace canasta el que hace el tiro oblicuo, calculamos el tiempo que tarda en caer (componente Y igual a cero) y obtenemos su alcance:

$$EjeX: \vec{x}_2 = 8\cdot\cos 30^{\circ}\, t_2\vec{i} = 8m/s\cdot 0{,}866\cdot 0{,}97s\cdot\vec{i} = 6{,}72\vec{i}\,m$$

$$EjeY: \vec{y}_2 = 0 = 0{,}75\vec{j} + 8\cdot sen30^{\circ}\, t_2\vec{j} - \frac{1}{2}9{,}8t_2^{\,2}\vec{j};\, t_2 = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot -4{,}9\cdot 0{,}75}}{2\cdot -4{,}9};$$

$$t_{21} = 0{,}97s;\, t_{22} = -0{,}16s$$

Como el tiempo no puede ser negativo se toma sólo el dato del tiempo positivo, viendo que el alcance en X es de 6,72 m, mayor que la distancia a la que está la papelera, por lo que **no la alcanzará**.

Nota: También se puede plantear el problema desde el punto de vista de calcular el tiempo que tarda el alumno 2 en recorrer los 6,5 m a los que está la papelera y calcular la altura a la que se encuentra entonces la bola, viendo que no se hace cero, sino que tiene una altura, aproximadamente, de 0,11 m, por lo que se pasará.